Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

LISTOPAD 2014

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 13 stron (zadania 1.–34). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–25.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (26.–34.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON.

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–25. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}-1}$ jest równa liczbie:

A. $\sqrt{10}-\sqrt{5}$ **B.** $\sqrt{10}+\sqrt{5}$ **C.** $\sqrt{7}-\sqrt{5}$ **D.** $\sqrt{7}+\sqrt{5}$

Zadanie 2. (0–1)

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x)=\begin{cases} x^2-1 & \text{dla } x\in(-\infty,-2\rangle \\ -\frac{1}{3}x+1 & \text{dla } x\in(-2,3) \\ 2x-8 & \text{dla } x\in\langle 3,+\infty) \end{cases}$.

Miejscem zerowym tej funkcji jest:

A. -1 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $a=\frac{\left(2^3\right)^4}{2^{-5}}$ jest równa liczbie:

A. 2^2 **B.** 2^7 **C.** 2^{12} **D.** 2^{17}

Zadanie 4. (0–1)

Jeśli cenę towaru obniżono najpierw o 10%, a potem o 15%, to znaczy, że po dwóch obniżkach cena końcowa jest obniżona w stosunku do początkowej o:

A. $23{,}5\%$ **B.** 25% **C.** $25{,}5\%$ **D.** 26%

Zadanie 5. (0–1)

Jeżeli liczbę $x=\frac{2}{3}$ przybliżymy z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku, to błąd względny tego przybliżenia jest równy:

A. $\frac{1}{2}\%$ **B.** 1% **C.** $\frac{1}{3}\%$ **D.** $\frac{2}{3}\%$

Zadanie 6. (0–1)

Jeśli do wykresu funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$ należy punkt $A=\left(-\frac{1}{4},8\right)$, to:

A. $a=-32$ **B.** $a=-2$ **C.** $a=2$ **D.** $a=32$

Zadanie 7. (0–1)

Prosta l ma równanie $6x+10y+7=0$. Współczynnik kierunkowy prostej k prostopadłej do prostej l jest równy:

A. $a=-\frac{1}{6}$ **B.** $a=\frac{1}{6}$ **C.** $a=-\frac{5}{3}$ **D.** $a=\frac{5}{3}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 8. (0–1)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n). Suma częściowa tego ciągu wyraża się wzorem $S_n = 5n^2 - 7n$.
Drugi wyraz ciągu jest równy:

A. 4 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 10

Zadanie 9. (0–1)

Liczba trzycyfrowych liczb naturalnych o różnych cyfrach jest równa:

A. $10 \cdot 9 \cdot 8$ **B.** $9 \cdot 9 \cdot 8$ **C.** $10 \cdot 10 \cdot 8$ **D.** $9 \cdot 8 \cdot 8$

Zadanie 10. (0–1)

Różnica między większym i mniejszym rozwiązaniem równania $(x+7)(x+1)=0$ jest równa:

A. -8 **B.** -6 **C.** 6 **D.** 8

Zadanie 11. (0–1)

Wyrażenie wymierne $W = \dfrac{16x^2 - 25}{16x^2 + 40x + 25}$ po skróceniu przyjmuje postać:

A. $W = \dfrac{4x-5}{4x+5}$ **B.** $W = \dfrac{4x+5}{4x-5}$ **C.** $W = \dfrac{-25x}{40x+25}$ **D.** $W = \dfrac{-1}{40x}$

Zadanie 12. (0–1)

Dziedziną funkcji f określonej wzorem $f(x) = \dfrac{1}{x^2 + 4x}$ jest zbiór:

A. $R \setminus \{-4\}$ **B.** $R \setminus \{4\}$ **C.** $R \setminus \{-4, 0\}$ **D.** $R \setminus \{0, 4\}$

Zadanie 13. (0–1)

Dana jest funkcja określona wzorem $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. Zbiorem wartości tej funkcji jest:

A. $(-9, +\infty\rangle$ **B.** $\langle 9, +\infty)$ **C.** $(-\infty, -9\rangle$ **D.** $(-\infty, 9\rangle$

Zadanie 14. (0–1)

Liczba rozwiązań rzeczywistych równania $81 + x^3 = 0$ to:

A. 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 0

Zadanie 15. (0–1)

Jeśli α jest kątem rozwartym i $\sin\alpha = \dfrac{12}{13}$, to:

A. $\cos\alpha = \dfrac{13}{12}$ **B.** $\cos\alpha = -\dfrac{13}{12}$ **C.** $\cos\alpha = \dfrac{5}{13}$ **D.** $\cos\alpha = -\dfrac{5}{13}$

Zadanie 16. (0–1)

Liczba przeciwna do liczby $10^{-\frac{5}{3}}$ to liczba:

A. $10^{-\frac{5}{3}}$ **B.** $10^{\frac{5}{3}}$ **C.** $-10^{-\frac{3}{5}}$ **D.** $-10^{-\frac{5}{3}}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 17. (0–1)

Wzór funkcji, której wykres powstaje przez przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY wykresu funkcji $f(x)=3^x$ o 4 jednostki w dół, to:

A. $y=3^x-4$ **B.** $y=3^x+4$ **C.** $y=3^{x-4}$ **D.** $y=3^{x+4}$

Zadanie 18. (0–1)

Rozwiązaniem nierówności $(x-5)^2 \leq 0$ jest:

A. zbiór liczb rzeczywistych **B.** zbiór pusty
C. liczba -5 **D.** liczba 5

Zadanie 19. (0–1)

Dany jest trójkąt prostokątny o kącie ostrym α. Jeśli $\sin\alpha=\frac{3}{5}$ i przeciwprostokątna ma długość 20, to dłuższa przyprostokątna ma długość:

A. 10 **B.** 12 **C.** 16 **D.** 18

Zadanie 20. (0–1)

Wysokość trójkąta równobocznego jest o 4 krótsza od długości boku. Długość boku trójkąta jest równa:

A. $8\left(2+\sqrt{3}\right)$ **B.** $8\left(2-\sqrt{3}\right)$ **C.** $4\sqrt{3}$ **D.** $8\sqrt{3}$

Zadanie 21. (0–1)

Pole trójkąta jest równe $18\sqrt{3}$, a kąt ma miarę 60°. Jeden z boków przyległych do tego kąta ma długość 12. Oznacza to, że drugi z boków przyległych do kąta 60° ma długość:

A. 4 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 10

Zadanie 22. (0–1)

Jeśli wszystkie krawędzie ostrosłupa prawidłowego czworokątnego mają jednakowe długości, to ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod takim kątem α, że:

A. $\sin\alpha=\frac{1}{2}$ **B.** $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\sin\alpha=\frac{\sqrt{6}}{3}$ **D.** $\sin\alpha=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Zadanie 23. (0–1)

Przekrój osiowy walca jest kwadratem o przekątnej długości 8. Objętość tego walca jest równa:

A. $216\pi\sqrt{2}$ **B.** $128\pi\sqrt{2}$ **C.** $64\pi\sqrt{2}$ **D.** $32\pi\sqrt{2}$

Zadanie 24. (0–1)

Prosta l jest styczna do okręgu o środku S w punkcie A, AC jest średnicą okręgu, a AB jest jego cięciwą. Kąt między prostą l i cięciwą AB jest równy 52°. Zatem kąt ACB ma miarę:

A. 42° **B.** 48° **C.** 52° **D.** 58°

Zadanie 25. (0–1)

Rzucono dwa razy kostką sześcienną do gry. Prawdopodobieństwo tego, że suma wyrzuconych oczek jest równa 6, jest równe:

A. $\frac{3}{36}$ **B.** $\frac{4}{36}$ **C.** $\frac{5}{36}$ **D.** $\frac{6}{36}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań 26.–34. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż nierówność $-5x^2+10x>0$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 27. (0–2)

Rozwiąż równanie $\frac{5x+6}{x}=x$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 28. (0–2)

Dany jest odcinek AB o środku $S=(7,2)$. Wyznacz współrzędne punktu A, wiedząc, że $B=(-3,11)$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 29. (0–2)

W ciągu geometrycznym trzeci wyraz jest równy $\frac{32}{3}$, a drugi wyraz jest równy 16. Wyznacz pierwszy wyraz i iloraz tego ciągu.

Odpowiedź: ....

Zadanie 30. (0–2)

Sprawdź, że dla każdego kąta ostrego α prawdziwa jest tożsamość:
$(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 + (\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = 2$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 31. (0–2)

Wykaż, że prawdziwe jest równanie $\left(11-\sqrt{21}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(11+\sqrt{21}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{42}$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 32. (0–4)

Trójmian kwadratowy $y = ax^2 + bx + c$ osiąga najmniejszą wartość równą -1 dla argumentu $\frac{3}{2}$. Do wykresu trójmianu należy punkt $A = (3, 8)$. Wyznacz współczynniki a, b, c.

Odpowiedź: ....

Zadanie 33. (0–4)

Pole prostokąta jest równe 228. Jeśli długość jednego boku zmniejszymy o 5, a długość drugiego boku zwiększymy o 2, to otrzymamy kwadrat. Wyznacz długości boków prostokąta.

Odpowiedź: ....

Zadanie 34. (0–5)

Dany jest stożek, którego przekrój osiowy jest trójkątem prostokątnym. Objętość stożka jest równa $V = 18\pi\sqrt{2}$. Wyznacz pole powierzchni całkowitej stożka.

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)